Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

10. Mai 2017

Mathematik

Teil-2-Aufgaben

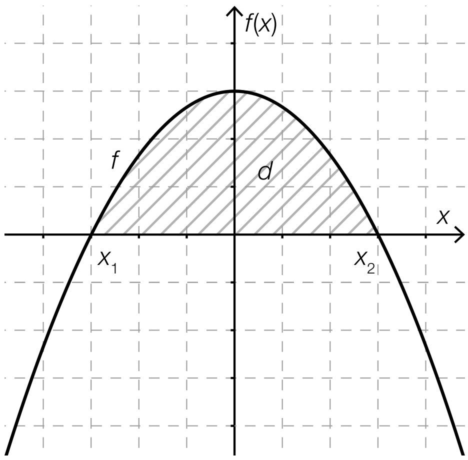
Korrekturheft

BMB
Bundesministerium
für Bildung

Aufgabe 1

Quadratische Funktion

a) **Lösungserwartung:**



$a < 0$, $b = 0$ und $c > 0$

Lösungsschlüssel:

– Ein Punkt für eine korrekte Veranschaulichung des Wertes d, wobei der Graph von f klar erkennbar die Form einer achsensymmetrischen und nach unten offenen Parabel haben muss.
– Ein Punkt für die Angabe der richtigen Bedingungen für die Koeffizienten a, b und c.

b) **Lösungserwartung:**

Mögliche Vorgehensweise:

$g(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$

$a \cdot x^2 + b \cdot x = 0 \;\Rightarrow\; (x_1 = 0),\; x_2 = -\frac{b}{a}$ mit $a > 0$ und $b < 0$

Mögliche Berechnung des gesuchten Flächeninhalts:

$\int_{-\frac{b}{a}}^{0} g(x)\,\mathrm{d}x$

oder:

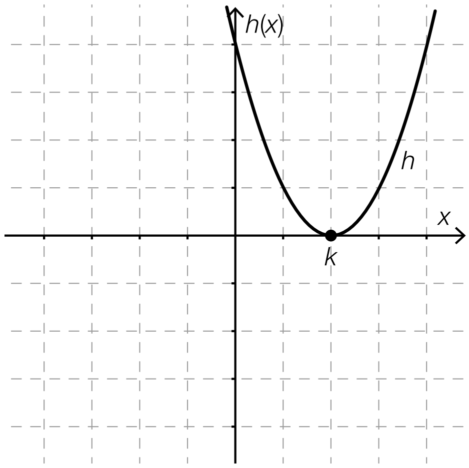
$-\int_{0}^{x_2} g(x)\,\mathrm{d}x$

Lösungsschlüssel:

– Ein Punkt für eine korrekte Formel, wobei die Bedingungen $a > 0$ und $b < 0$ nicht angeführt werden müssen. Äquivalente Formeln sind als richtig zu werten.
– Ein Punkt für ein korrektes bestimmtes Integral. Äquivalente Ausdrücke sind als richtig zu werten.

c) Lösungserwartung:

Möglicher Graph von h:



$h(k) = k^2 - 2 \cdot k^2 + k^2 = 0 \;\Rightarrow\; h(k) = 0$
$h'(x) = 2 \cdot x - 2 \cdot k$
$h'(k) = 2 \cdot k - 2 \cdot k = 0 \;\Rightarrow\; h'(k) = 0$

Lösungsschlüssel:

- Ein Ausgleichspunkt für eine korrekte Skizze eines entsprechenden Graphen von h. Der Graph von h muss die Form einer nach oben oder unten offenen Parabel haben und an der gekennzeichneten Stelle von k müssen die Nullstelle und (somit) die Extremstelle der Funktion h klar erkennbar sein, die Symmetrie bezüglich der Geraden $x = k$ muss erkennbar sein.
- Ein Punkt für einen korrekten rechnerischen Nachweis beider Bedingungen.

Aufgabe 2

Muskelkraft

a) Lösungserwartung:

$F(0) \approx 2\,900$ N

$F(0)$ gibt den Wert derjenigen Kraft an, die der Muskel bei einer Kontraktionsgeschwindigkeit von $v = 0$ aufbringt.

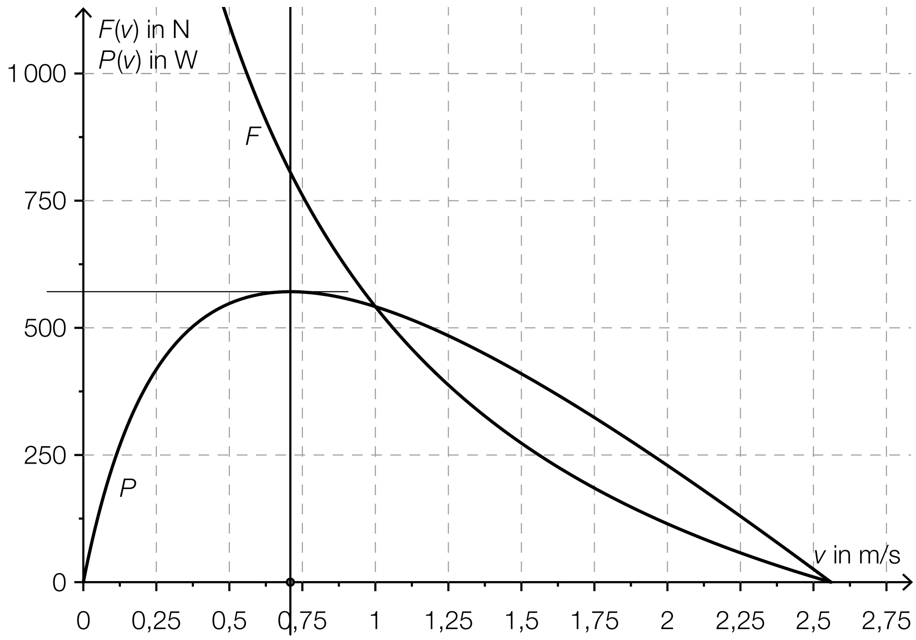
Zwischen F und v wird keine indirekte Proportionalität beschrieben.

Mögliche Begründung:
Eine Verdoppelung der Kontraktionsgeschwindigkeit v führt nicht zu einer Halbierung der Muskelkraft F.

Lösungsschlüssel:

– Ein Punkt für die richtige Lösung und eine (sinngemäß) korrekte Deutung, wobei die Einheit „Newton" nicht angeführt sein muss.
  Toleranzintervall: [2 750 N; 3 000 N]
– Ein Punkt für die Angabe, dass keine indirekte Proportionalität beschrieben wird, und eine korrekte Begründung.

b) Lösungserwartung:



Bei ungefähr 800 N erreicht der Muskel seine maximale Leistung.

$v_1 \approx 0{,}7$ m/s

Lösungsschlüssel:

– Ein Ausgleichspunkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „Newton" nicht angeführt sein muss.
  Toleranzintervall: [650 N; 950 N]
– Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „m/s" nicht angeführt sein muss.
  Toleranzintervall: [0,6 m/s; 0,9 m/s]

Aufgabe 3

Zerstörung des Tropenwaldes

a) **Lösungserwartung:**

$f_1(t) = 800 \cdot 0{,}979^t$

$800 \cdot 0{,}979^t < 100 \;\Rightarrow\; t > 97{,}977...$

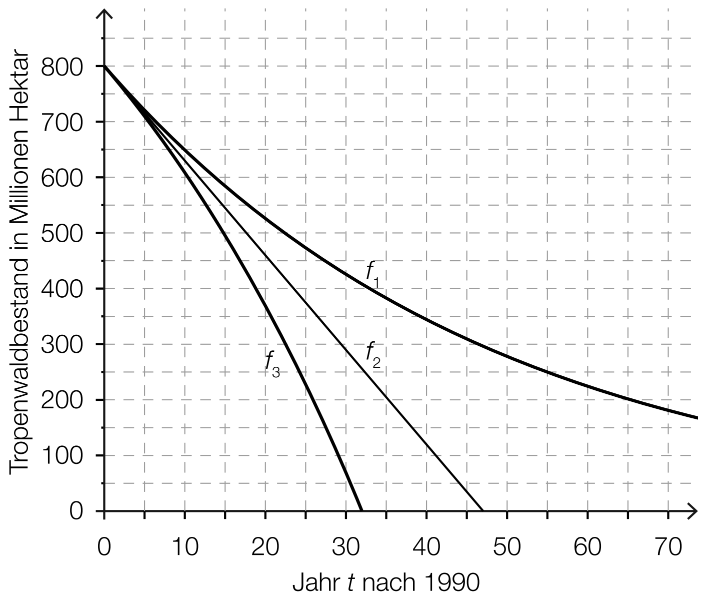
Nach Szenario 1 wird der Tropenwaldbestand nach ca. 98 Jahren auf weniger als 100 Millionen Hektar gesunken sein.

Lösungsschlüssel:

- Ein Ausgleichspunkt für eine korrekte Funktionsgleichung. Äquivalente Funktionsgleichungen sind als richtig zu werten.
- Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „Jahre" nicht angegeben sein muss. Toleranzintervall: [93 Jahre; 104 Jahre]
  Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

b) **Lösungserwartung:**

$f_2(t) = -17 \cdot t + 800$ (bzw. $f_2(t) = -17\,000\,000 \cdot t + 800\,000\,000$)



Entsprechend diesem Modell würde der Tropenwald im Laufe des Jahres 2037 verschwinden.

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für eine korrekte Funktionsgleichung.
- Ein Punkt für die Angabe einer korrekten Jahreszahl sowie eines korrekten Graphen, wobei dieser als Gerade erkennbar sein muss, die durch (0|800) verläuft und deren Schnittpunkt mit der Zeitachse im Toleranzintervall [45; 50] liegt.
  Toleranzintervall für das gesuchte Jahr: [2035; 2040]

c) Lösungserwartung:

$t_1 \approx 15$ (also im Jahr 2005)

$\int_0^{t_1} f_3'(t)\,\mathrm{d}t \approx -300$ (bzw. $-300\,000\,000$)
In den 15 Jahren nach 1990 wurden ca. 300 Millionen Hektar Tropenwald gerodet.

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für die richtige Lösung.
  Toleranzintervall: [14; 16] bzw. [2004; 2006]
- Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei auch der Betrag der Lösung als richtig zu werten ist, sowie für eine (sinngemäß) korrekte Interpretation.
  Toleranzintervall: [–350; –250] (bzw. [–350 000 000; –250 000 000])

d) Lösungserwartung:

Eine Übereinstimmung ist am ehesten mit dem Szenario 3 festzustellen, da dieses Modell ebenso von einer jährlich zunehmenden Abholzungsrate ausgeht.

Das Modell von Meadows sagt für diesen Zeitraum eine deutlich größere Änderung der Abholzungsrate voraus.

Mögliche Begründung:
Der Betrag der Steigung der Funktion f_3' ist im Zeitraum 2000 bis 2012 deutlich größer als 0,2101.

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Begründung.
- Ein Punkt für eine richtige Entscheidung und eine korrekte Begründung.

Aufgabe 4

Buccolam

a) Lösungserwartung:

$V(D) = 0{,}2 \cdot D$

Zwischen dem Alter (in Jahren) der Patientin/des Patienten und der zu verabreichenden Midazolam-Dosis besteht kein linearer Zusammenhang.

Mögliche Begründung:
Bei einem linearen Zusammenhang würden z. B. 3-jährige Kinder eine niedrigere Dosis als 4-jährige Kinder erhalten. Laut Tabelle ist dies nicht der Fall.

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für eine korrekte Gleichung. Äquivalente Gleichungen sind als richtig zu werten.
- Ein Punkt für eine richtige Entscheidung und eine korrekte Begründung. Andere korrekte Begründungen (z. B. mithilfe einer Skizze oder mit einem Hinweis auf das Vorliegen einer unstetigen Funktion) sind ebenfalls als richtig zu werten.

b) Lösungserwartung:

Da bei 22 von 440 Kindern die Nebenwirkung „Übelkeit und Erbrechen" auftrat, beträgt die relative Häufigkeit $\frac{22}{440} = 0{,}05$.
Wegen $0{,}01 \leq 0{,}05 < 0{,}1$ würde sich für die Nebenwirkung „Übelkeit und Erbrechen" die Klassifizierung „häufig" ergeben.

Mögliche Vorgehensweise:
$\mu = 4{,}4 \quad \sigma \approx 2{,}09 \;\Rightarrow\; [\mu - \sigma;\, \mu + \sigma] \approx [2{,}31;\, 6{,}49]$

Die Nebenwirkung „Hautausschlag" muss demnach bei mindestens drei und darf bei höchstens sechs Kindern der erwähnten Studie auftreten.

Lösungsschlüssel:

- Ein Ausgleichspunkt für eine korrekte Klassifizierung.
- Ein Punkt für die richtige Lösung.

c) Lösungserwartung:

$n = 440, \ h = 0{,}7$

$0{,}7 \pm 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}7 \cdot 0{,}3}{440}} \approx 0{,}7 \pm 0{,}04 \ \Rightarrow \ [0{,}66; 0{,}74]$

Die Werte $n_1 < 400$ und $\gamma_1 = 0{,}99$ würden zu einem wesentlich breiteren Konfidenzintervall führen und können daher nicht die Grundlage zur Berechnung gewesen sein.

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für ein korrektes Intervall. Andere Schreibweisen des Ergebnisses (als Bruch oder in Prozent) sind ebenfalls als richtig zu werten.
  Toleranzintervall für den unteren Wert: [0,65; 0,66]
  Toleranzintervall für den oberen Wert: [0,74; 0,75]
  Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.
- Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Begründung.