## Mechanik

## Konzepte und Zusammenhänge

Franz Embacher

## Vorbemerkung

Dieses Skriptum legt Wert auf wichtige Konzepte und Zusammenhänge. Technische Gesichtspunkte (wie das Umformen von Gleichungen oder das Rechnen mit Einheiten), aber auch konkrete – technisch sehr nützliche – Anwendungen (wie etwa die Möglichkeiten der Kraftübertragung oder das Hebelgesetz) sind entweder ganz weggelassen oder werden vergleichsweise stiefmütterlich behandelt. Im Zentrum stehen, entsprechend dem Titel der Lehrveranstaltung, die physikalischen *Grundlagen*. Besonders wichtig ist mir die Vermittlung von Sachverhalten, die aus Schul- und Lehrbüchern nur schwierig zu erschließen sind.

## Beschreibung von Bewegungen

Die Bewegung eines Körpers ist – in der Sichtweise der Mechanik – die zeitliche Änderung seines Ortes oder seiner Position im Raum. Wird einmal von der möglichen Drehung eines Körpers abgesehen, so sind die beiden wichtigsten Kenngrößen, die eine Bewegung beschreiben, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung.

## Geschwindigkeit

Die während eines gegebenen Zeitintervalls bestimmte **Durchschnittsgeschwindigkeit** ist durch das Verhältnis

$$v = \frac{\text{zurückgelegter Weg}}{\text{dafür benötigte Zeit}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$
 (1)

gegeben. Dabei steht  $\Delta t$  für die Dauer des zugrunde gelegten Zeitintervalls. Wird diese Dauer als sehr *klein* angenommen (im Sinn eines mathematischen Grenzprozesses kann

¹ Mit dem griechischen Buchstaben  $\Delta$  (Delta) werden generell Änderungen oder Portionen ausgedrückt. Eine Änderung ist als "Endwert minus Anfangswert" definiert: Ändert sich irgendeine Größe f, die beispielsweise zunächst den Wert 5 hatte, auf den Wert 7, so ist ihre Änderung durch  $\Delta f = 7 - 5 = 2$  gegeben. Das Symbol  $\Delta s$  in (1) kann so verstanden werden: Mit s wird der Kilometerstand entlang einer Straße bezeichnet. Ein Fahrzeug bewegt sich von der Markierung s = 8.2 km zur Markierung s = 8.7 km. Die Strecke, die es dabei zurücklegt, hat die Länge  $\Delta s = 8.7$  km – 8.2 km = 0.5 km. Diese Größe drückt die "Änderung des Ortes" aus und wird kurz als "zurückgelegter Weg" bezeichnet. Analog kann man  $\Delta t$  als "Ankunftszeit – Abfahrtszeit" verstehen. Insgesamt ist das Symbol  $\Delta$  eine Hilfe beim Lesen und Schreiben von Formeln. Man kann es ganz weglassen, muss

man sie "unendlich klein" nennen), so ergibt sich daraus die **Momentangeschwindigkeit** (wie sie etwa vom Tachometer eines Autos angezeigt wird bzw. idealerweise angezeigt werden sollte). Wenn in der Physik von "der **Geschwindigkeit**" die Rede ist, so ist in der Regel die Momentangeschwindigkeit gemeint.

Formel (1) hat eine wichtige Struktur – sie gibt eine **Rate** an. Der Bruchstrich (Kennzeichen einer Rate) kann als "**pro**" ausgesprochen (und gedacht) werden: v = zurückgelegter Weg "pro Zeitintervall". Besonders deutlich wird das, wenn ein konkreter Wert der Geschwindigkeit angegeben wird, etwa:

$$v = 5,4$$
 km/h, also 5,4 Kilometer "pro Stunde"

für die Geschwindigkeit eines Spaziergängers. Um mit dieser Geschwindigkeit spazieren zu gehen, ist es natürlich nicht nötig, tatsächlich eine Stunde lang zu laufen! Man könnte die gleiche Geschwindigkeit auch in der Form

v = 1,35 Kilometer "pro Viertelstunde"

angeben

Aufgabe: Rechnen Sie nach!

Rechnen Sie v in die Einheiten "Kilometer pro Minute" und "Kilometer pro Jahr" um!

bzw. ihn gleich in das SI-Einheitensystem umrechnen:<sup>2</sup>

$$v = 5.4 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5, 4 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \underbrace{5, 4 \cdot \frac{1000}{3600}}_{1,5} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1, 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$
 (2)

Der Spaziergänger legt "pro Sekunde", also "in jeder Sekunde" eineinhalb Meter zurück. Sehen wir uns an, wie weit er kommt:

nach 1 Sekunde: 1,5 Meter nach 2 Sekunden: 3 Meter nach 10 Sekunden: 15 Meter nach n Sekunden: 1,5 n Meter

Die letzte Zeile können wir von den verwendeten Einheiten und vom konkreten Wert der Geschwindigkeit unabhängig machen und in der Form

$$s = vt \tag{3}$$

aber dann umso genauer dazusagen (bzw. sich vergegenwärtigen), was die in einer Formel vorkommenden Größen bedeuten.

 $<sup>^2</sup>$  Leider gibt es zu wenig Buchstaben! Verwechseln Sie bitte nicht s (Weg) mit s (Sekunde)! Ähnliche Verwechslungsmöglichkeiten treten in der Physik immer wieder auf, z. B. W für Arbeit (work) und W für Watt. In gedruckter Form (wie hier) werden Symbole für physikalische Größen oft kursiv geschrieben und Einheitensymbole aufrecht. Was jeweils gemeint ist, sollte aber immer aus dem Zusammenhang klar sein.

anschreiben, wobei s für den während der Zeit t zurückgelegten Weg steht.<sup>3</sup> Hier haben wir ein schönes Beispiel für eine physikalische Formel, die etwas ganz Bestimmtes ausdrückt, das man sich am besten klar macht, indem man etwas mehr Worte verwendet:

> Bewegt sich ein Körper mit der Geschwindigkeit v, so legt er während der Zeit t die Wegstrecke vt zurück.

(3')

Wir können auch sagen: Der zurückgelegte Weg ist zur benötigten Zeit proportional. Die Geschwindigkeit v spielt die Rolle der Proportionalitätskonstante. Durch eine solche verbale Formulierung wird auch meistens klar, was eine Formel nicht aussagt: So haben wir etwa hier vorausgesetzt, dass sich der Körper mit einer konstanten (also zeitlich unveränderlichen) Geschwindigkeit v bewegt (im Beispiel des Spaziergängers war v = 1,5m/s). Eine derartige Bewegung nennen wir **gleichförmig**. Formel (3) gilt also nur für gleichförmige Bewegungen.

## **Geschwindigkeit als Vektor**

Jetzt wollen wir noch hinzufügen, dass sich jeder Körper im (dreidimensionalen) Raum befindet und seine Bewegung in eine bestimmte Richtung erfolgt. Daher wird die Geschwindigkeit in Skizzen oft als Pfeil (Vektor) dargestellt, dessen Richtung in die (momentane) Bewegungsrichtung weist, und dessen Länge (der so genannte Betrag) angibt, wie schnell sich der Körper in diese Richtung bewegt. Um den Vektorcharakter einer Größe auszudrücken, wird ein Pfeilsymbol über das Symbol geschrieben, das sie bezeichnet. Der "Geschwindigkeitsvektor" wird dann in der Form v angeschrieben (und als "v Pfeil" ausgesprochen).

Unter dem Begriff "gleichförmige Bewegung" wird in der Physik meist eine geradliniggleichförmige Bewegung verstanden, bei der also die Bewegung stets in die gleiche Richtung verläuft und die Geschwindigkeit v konstant bleibt. (Insgesamt bleibt dabei der gesamte Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}$  zeitlich unverändert).

#### Beschleunigung

Nicht jede physikalisch interessante Bewegung eines Körpers verläuft gleichförmig. Das schönste Beispiel dafür ist der freie Fall: Ein aus dem Fenster geworfener Körper wird immer schneller. Um quantitativ auszudrücken, wie schnell sich die Geschwindigkeit eines Körpers ändert, benötigen wir ebenfalls eine Rate. Ganz ähnlich wie die Geschwindigkeit die zeitliche *Rate* der Ortsänderung ist, ist die **Beschleunigung** die zeitliche *Rate* der Geschwindigkeitsänderung:

$$\frac{a}{\text{dafür benötigte Zeit}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$
 (4)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Eine mathematisch orientierte und klarere Schreibweise für (3) wäre s(t) = vt. Dabei wird die Länge s der zurückgelegten Wegstrecke als Funktion der seit dem Start vergangenen Zeit t aufgefasst: Die Schreibweise s(t) bringt zum Ausdruck, dass s von t abhängt (während v die Rolle einer vorgegebenen Konstante spielt).

 $\Delta t$  steht dabei wieder für ein Zeitintervall, das wir uns als sehr klein denken können. Sehen wir uns ein Beispiel an: Wenn etwa ein PKW eine Beschleunigung von

$$a = 20 \frac{\text{km/h}}{\text{s}} \tag{5}$$

erfährt, so bedeutet das, dass seine Geschwindigkeit "pro Sekunde" um 20 km/h größer wird. (Lesen Sie den Bruchstrich wieder als "pro"!) Fährt der PWK aus dem Stand los, so ist seine Geschwindigkeit zu Beginn der Bewegung gleich 0. Danach ergeben sich folgende Geschwindigkeiten:

nach 1 Sekunde: 20 km/h
nach 2 Sekunden: 40 km/h
nach 3 Sekunden: 60 km/h
nach 5 Sekunden: 100 km/h
nach 10 Sekunden: 200 km/h
nach 20 Sekunden: 400 km/h

Sehen Sie sich die Zahlen an! Ist Ihnen klar, dass eine derartige Situation nicht allzu lange dauern kann? In der Realität wird die Beschleunigung vielleicht nach 5 Sekunden oder maximal 10 Sekunden nachlassen und kleiner werden – bis der PWK schließlich eine konstante Endgeschwindigkeit erreicht hat und die Beschleunigung auf 0 abgesunken ist. Aber immerhin während der ersten paar Sekunden ist das Modell einer konstanten Beschleunigung (wir sprechen dann von einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung) einigermaßen realistisch.

Sehen wir uns die obige Angabe (5) der Beschleunigung genauer an. Da die Geschwindigkeit eine Rate ist, ist die Änderungsrate der Geschwindigkeit "die Änderungsrate einer Änderungsrate" – verbal kommt das durch ein zweimaliges "pro" in "Kilometer pro Stunde pro Sekunde" zum Ausdruck. Mathematisch entspricht das einem Doppelbruch. Das wird insbesondere dann deutlich, wenn auch die Geschwindigkeit in SI-Einheiten (m/s) ausgedrückt wird. Rechnen wir (5) um:

$$a = 20 \frac{\text{km/h}}{\text{s}} = 20 \frac{\text{km}}{\text{h} \cdot \text{s}} = 20 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s} \cdot \text{s}} = \underbrace{20 \cdot \frac{1000}{3600}}_{5,56} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 5,56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$
(6)

wobei wir den numerischen Wert (der sich zunächst als 5,5555555... ergibt) sinnvoll gerundet haben. Die SI-Einheit der Beschleunigung ist m/s², ausgesprochen: "Meter pro Sekundenquadrat". Diese vielleicht seltsam anmutende Bezeichnung (was ist ein "Sekundenquadrat"?) kann auch in der verständlicheren Form

$$\frac{\text{m/s}}{\text{s}}$$
 also  $\frac{\text{m/s (Geschwindigkeitsänderung)}}{\text{s (dafür benötigte Zeit)}}$  (7)

aufgedröselt werden.

## **Fallgesetz**

Der (bereits erwähnte) freie Fall eines Körpers ist eine Bewegung, die – solange der Luftwiderstand vernachlässigt wird – mit guter Genauigkeit als gleichmäßig beschleunigte Bewegung modelliert werden kann. Die Beschleunigung, die ein fallender Körper erfährt, beträgt etwa

$$g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$
 (8)

wobei der genaue Wert ein bisschen davon abhängt, wo auf der Erdoberfläche man sich befindet. (Er heißt **Erdbeschleunigung** und variiert je nach Ort um einige Promille). Beachten Sie, dass er unabhängig von der Beschaffenheit des fallenden Körpers ist, also insbesondere davon, wie schwer der Köper ist. Diese Gesetzmäßigkeit ("alle Körper fallen gleich schnell, und zwar mit Erdbeschleunigung g") wurde von Galileo Galilei zu Beginn des 17. Jahrhunderts entdeckt. Das so genannte **Fallgesetz** drückt dies in quantitativer Weise aus. Es lautet

$$s = \frac{g}{2}t^2 \tag{9}$$

oder, in Worten: Ein fallender Körper hat nach der Zeit t die Strecke  $g\,t^2/2$  durchfallen. Dabei ist vorausgesetzt, dass der Körper aus der Ruhelage zu fallen beginnt. Wir wollen dieses Gesetz nicht ableiten, erwähnen aber, dass es sich direkt (und ohne weitere Annahme) aus der Konstanz der Beschleunigung ergibt. Eine zweite wichtige Formel zur gleichmäßig beschleunigten Bewegung lautet:

$$v = gt \tag{10}$$

oder, in Worten: Ein fallender Körper hat nach der Zeit t die Geschwindigkeit gt. Beachten Sie, dass v hier von der Zeit abhängt $^5$  – im Unterschied zur konstanten Geschwindigkeit v in Formel (3)! Wo die Beziehung (10) herkommt, sollte uns einleuchten: Dass die Beschleunigung konstant ist, bedeutet ja, dass die Geschwindigkeit "pro Sekunde" um den gleichen Betrag zunimmt, dass sie also proportional zur insgesamt verstrichenen Zeit ist, wobei die Beschleunigung (hier also g) die Rolle der Proportionalitätskonstante spielt. Genau das drückt Formel (10) aus. Die beiden Beziehungen (9) und (10) charakterisieren den freien Fall (und, ganz allgemein, jede gleichmäßig beschleunigte Bewegung, wobei anstelle von g jede andere – konstante – Beschleunigung a gesetzt werden kann).

Wir erwähnen noch, dass auch eine Verzögerung, also ein Langsamer-werden, unter den Oberbegriff der "beschleunigten Bewegung" fällt. (Mathematisch wird sie einfach als negative Beschleunigung beschrieben). Ganz allgemein ist eine "beschleunigte Bewegung" eine Bewegung mit nicht-konstanter Geschwindigkeit.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Hat er zu Beginn der Zeitzählung (also bei t=0) eine nach oben gerichtete Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$ , so gilt  $s=\frac{g}{2}t^2-v_0t$ . Diese Formel beschreibt den "lotrechten Wurf". Für  $v_0=0$  reduziert sie sich auf (9).

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Man könnte (9) und (10) transparenter als  $s(t) = \frac{g}{2}t^2$  und v(t) = gt schreiben.

## **Beschleunigung als Vektor**

Schließlich kann der Beschleunigung, ebenso wie der Geschwindigkeit, eine *Richtung* im Raum zugeordnet werden. In diesem Sinn ist der "**Beschleunigungsvektor**" durch Formel (4) gegeben, wenn sie um zwei Vektorpfeilchen ergänzt wird:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$
 (11)

Besonders interessant ist seine Richtung im Fall einer **gleichförmigen Drehbewegung**: Bewegt sich ein Körper gleichförmig (also mit konstanter Winkelgeschwindigkeit) auf einer Kreisbahn (beispielsweise ein Satellit um die Erde), so zeigt der Beschleunigungsvektor stets vom Körper zum Mittelpunkt dieses Kreises! Dieses Beispiel zeigt, dass Geschwindigkeitsvektor und Beschleunigungsvektor nicht in die gleiche Richtung zeigen müssen. Wir werden später mehr über die Drehbewegung sagen.

Ein wichtiger Spezialfall wird von Bewegungen gebildet, deren Beschleunigung(svektor) gleich 0 ist. Mit (11) folgt dann, dass die Änderung der Geschwindigkeit gleich 0 und daher die Geschwindigkeit konstant ist: Verschwindende Beschleunigung ist gleichbedeutend mit geradlinig-gleichförmiger Bewegung!

# Kraft, Masse, Trägheit, Gewicht, Grundgesetz der Mechanik, Gravitationsgesetz

#### Kraft, intuitiv

Was eine **Kraft** ist, ist uns intuitiv klar. Mit einer Federwaage können mechanische Kräfte, die auf Körper ausgeübt werden, verglichen werden. Ebenso wie Geschwindigkeiten und Beschleunigungen haben Kräfte Richtungen im Raum und werden durch Vektoren dargestellt.

## **Grundgesetz der Mechanik**

Wichtig für die Physik ist nun das Verhältnis der Kraft zur Bewegung. Für die Antike war die **Kraft** die **Ursache der Bewegung**. Isaac Newton hat (im 17. Jahrhundert, aufbauend Galileo Galileis Vorarbeiten) dieses Verhältnis neu bestimmt und damit die Grundpfeiler der neuzeitlichen Physik errichtet:

Daraus ergibt sich zunächst: Wirkt auf einen Körper keine Kraft, so behält er seinen Bewegungszustand bei: Er bewegt sich geradlinig-gleichförmig. Seine Geschwindigkeit (in Betrag und Richtung) ist konstant. In unserem Alltag ist die Schwerkraft allgegenwärtig, aber immerhin für horizontale Bewegungen (wie dem Rollen einer Kugel auf einer waagrechten, glatt polierten Oberfläche oder dem Eislaufen) können wir diese Erkenntnis (den "Trägheitssatz") näherungsweise nachvollziehen. Bilder aus dem Inneren von Raumstationen vermitteln ein idealeres (und zudem dreidimensionales) Bild der

"Schwerelosigkeit", die nichts anderes ausdrückt als eine Situation, in der der Trägheitssatz gilt.

Um die Geschwindigkeit eines Körpers zu ändern, ist nach (12) eine Kraft nötig, die auf ihn wirkt. Newton präzisierte diese Idee in der folgenden Form: Wirkt auf einen Körper eine Kraft, so erfährt er eine Beschleunigung, die (in Betrag und Richtung) proportional zu dieser Kraft ist. Mathematisch schreiben wir dies in der Form<sup>6</sup>

$$a = \frac{1}{m}F$$
 oder, in vektorieller Form,  $\vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F}$ , (13)

wobei F (bzw. in vektorieller Form  $\overrightarrow{F}$ ) die wirkende Kraft bezeichnet. Der Körper *reagiert* auf die Kraftwirkung, indem er eine Beschleunigung a (bzw. in vektorieller Form  $\overrightarrow{a}$ ) erfährt, die durch (13) gegeben ist. Die Konstante m wird als Masse bezeichnet. Diese Regel heißt Grundgesetz der Mechanik oder Zweites Newtonsches Axiom. Sie war zweihundert Jahre lang fast konkurrenzlos *die* Grundgleichung der Physik. Sie wird oft auch in der Form

$$F = ma$$
 oder, in vektorieller Form,  $\vec{F} = m\vec{a}$  (13')

angeschrieben ("Kraft ist gleich Masse mal Beschleunigung"), sollte aber in der Form (13) gelesen werden: Ist die Kraft bekannt, so bestimmt sich daraus die Beschleunigung. Die Struktur dieses Gesetzes erlaubt es uns, aus der Kenntnis der wirkenden Kräfte die zukünftige Entwicklung eines mechanischen Systems vorherzusagen. Darin besteht seine Stärke.<sup>8</sup>

## **Trägkeit und Masse**

Sehen wir uns zwei Aspekte dieses Grundgesetzes an:

- Zunächst folgt aus (13) unmittelbar: Ist die Kraft gleich 0, so ist auch die Beschleunigung gleich 0, daher die Geschwindigkeit konstant (und die Bewegung geradlinig-gleichförmig). Das ist der Trägheitssatz (der auch als Erstes Newtonsches Axiom bezeichnet wird).
- Die Masse m bestimmt, wie groß die Beschleunigung ist, die ein konkreter Körper unter der Einwirkung einer gegebenen Kraft erfährt. Je größer sie ist, umso kleiner ist die Beschleunigung. (Stellen Sie sich als Gedankenexperiment vor, auf einem idealen reibungsfreien Eislaufplatz einen Kinderwaagen und einen LKW der gleichen Kraftwirkung auszusetzen). Diese Eigenschaft der Masse wird manchmal auch als "träge Masse" bezeichnet. Sie illustriert, wieso hier der Begriff "Trägheit"

<sup>6</sup> Newtons Formulierung war ein bisschen anders. Die Schreibweise (13) geht auf Leonhard Euler zurück.

<sup>7</sup> Erst mit der Entdeckung des elektromagnetischen Feldes und später der Entwicklung der Relativitätstheorie und der Quantentheorie bekam sie Konkurrenz, besteht aber in der modernen Physik in abgewandelter Form nach wie vor weiter.

Etwas genauer ausgedrückt: Sind die in einem mechanischen System wirkenden Kräfte bekannt, und sind alle Orte und Geschwindigkeiten in diesem System zu einer gegebenen Anfangszeit bekannt, so lässt sich mit dem Grundgesetz der Mechanik die gesamte Zukunft des Systems berechnen. Der berühmte "Laplacesche Dämon" ist eine verständliche Illustration dieses Sachverhalts: Wäre das ganze Universum ein mechanisches System, so wäre seine Zukunft aus den Anfangsbedingungen eindeutig bestimmt.

verwendet wird: Jeder Körper ist "träge" und setzt Kräften einen **Widerstand** entgegen, und zwar umso erfolgreicher, je größer seine Masse ist.

## **Fallbewegung und Gewicht**

Was besagt das Grundgesetz über die Fallbewegung? Wir haben bereits oben erwähnt, dass alle Körper beim Fallen (unter Vernachlässigung des Luftwiderstands) die gleiche Beschleunigung g erfahren. Auf einen Körper der Masse m wirkt also auf der Erde stets eine Kraft

$$F = mg, (14)$$

die als die **Gewichtskraft** (oder kurz "Gewicht" des Körpers) bezeichnet wird. Beachten Sie: Das Gewicht eines Körpers ist in Bezug auf die Erde definiert – am Mond hätte ein Körper der gleichen Masse ein geringeres Gewicht!

Aufgabe: Berechnen Sie die auf einen Körper der Masse m = 1 kg wirkende Gewichtskraft

- (i) auf der Erde,
- (ii) am Mond und
- (iii) am Jupiter!

(Recherchieren Sie die nötigen Informationen über Mond und Jupiter selbst!)

Wozu benutzen wir dann überhaupt im Alltag den Begriff "Gewicht", wenn er doch in Bezug auf die Erde definiert ist, während die Masse eines Körpers überall im Universum die gleiche ist? Die simple Antwort: Weil eine Waage die Gewichtskraft anzeigt!

#### Resultierende Kraft

Apropos: Was ist eigentlich eine Waage? Diese Frage führt uns auf einen weiteren wichtigen Aspekt des Kraftbegriffs: Manchmal wirken auf einen Körper mehrere Kräfte. Kräfte, die in verschiedene Richtungen wirken, können addiert werden, indem die Vektorpfeile, die sie darstellen, aneinander gehängt werden. (Im Fall von zwei Kräften führt das zum so genannten "Kräfteparallelogramm"). Die so ermittelte Summe von Kräften nennen wir die resultierende Kraft (oder kurz Resultierende), die in das Grundgesetz (13) bzw. (13') eingesetzt werden muss und die Ursache der Beschleunigungen von Körpern ist.

Zwei Kräfte, die in entgegengesetzte Richtungen wirken, deren Beträge aber gleich groß sind, heben einander auf: Ihre Resultierende ist gleich 0. Wirken zwei derartige Kräfte auf einen Körper, so erfährt dieser zwar (gemäß dem Grundgesetz) keine Beschleunigung, aber er wird verformt. Das ist die zweite wichtige Wirkung von Kräften: Kräfte führen zu **Verformungen**.

Was geschieht nun, wenn ein Körper auf einer Waage liegt? Auf ihn wirkt die nach unten gerichtete Gewichtskraft (14), aber da er nicht beschleunigt wird, muss die Resultierende aller auf ihn wirkenden Kräfte gleich 0 sein. Daraus folgern wir, dass die Waage auf den

Körper eine nach *oben* gerichtete (Gegen-)Kraft ausübt, deren Betrag gleich jenem der Gewichtskraft ist. Das Zusammenwirken dieser beiden Kräfte verformt die Waage (also z.B. eine elastische Feder), und das Ausmaß der Verformung nutzen wir, um die Gewichtskraft zu messen.

#### **Newtons Drittes Axiom**

Die Existenz derartiger "Gegenkräfte" ist Teil eines umfassenderen Prinzips, das als **Drittes Newtonsches Axiom** bezeichnet wird: Kräfte treten immer paarweise (als Kraft und Gegenkraft) auf. Wenn also die Erde auf einen fallenden Gegenstand eine Kraft ausübt (ohne die er ja nicht fallen würde), so übt demnach dieser Körper eine gleich große (in entgegengesetzter Richtung wirkende) Kraft *auf die Erde aus*! Das klingt zugegebenermaßen etwas seltsam…

## Schwerkraft und Gravitationsgesetz

Um diesen Sachverhalt genauer zu verstehen, müssen wir auf eine weitere fundamentale Erkenntnis Newtons zu sprechen kommen: die **Schwerkraft** (**Gravitation**): Zwei Körper, die jeweils die Massen m und M besitzen, und die sich in einer Entfernung r voneinander befinden, üben aufeinander Kräfte aus, die anziehend wirken, zueinander entgegengesetzt sind und beide den Betrag

$$F = \frac{GMm}{r^2} \tag{15}$$

besitzen. Dabei ist G die so genannte Newtonsche Gravitationskonstante. Handelt es sich um kugelförmige Körper, so ist für r die Entfernung ihrer Mittelpunkte zu setzen. Diese Regel ist das **Newtonsche Gravitationsgesetz**. Zusammen mit dem Grundgesetz der Mechanik stellte es *den* ersten großen Triumph der neuzeitlichen Physik dar, denn es erlaubte, die Bewegungen von Körpern auf der Erde (Fallen) und im Himmel (Gestirne) auf der Basis einer *einheitlichen* Grundlage zu verstehen.

Um einen Geschmack von der Mächtigkeit dieses Gesetzes zu bekommen, berechnen wir die Gravitationskraft, die die Erde auf einen Gegenstand der Masse m ausübt: Sie ist genau durch (15) gegeben, wobei für M die Masse der Erde und für r der Erdradius einzusetzen ist. Andererseits ist die Gravitationskraft, die die Erde auf einen Gegenstand ausübt, nichts anderes als dessen Gewicht, also (14). Durch Vergleich von (14) mit (15) ergibt sich

\_

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Ihr Wert ist  $G = 6,67428 \cdot 10^{-11} \,\text{m}^3/(\text{kg s}^2)$ .

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Beachten Sie, dass die Massen der Körper (die bisher die "Trägheit" gekennzeichnet haben) hier die Stärke der Schwerkraft bestimmen, also in einer neuen Rolle auftreten. Diese Eigenschaft der Masse wird manchmal auch als "schwere Masse" bezeichnet.

Masse wird manchmal auch als "schwere Masse" bezeichnet.

11 Mit ihrer Hilfe hat Newton die – bereits zuvor bekannten – Keplerschen Gesetze der Planetenbewegung begründet. Deren erstes besagt: Ein Planet umläuft die Sonne auf einer Ellipsenbahn, in deren einem Brennpunkt sich die Sonne befindet. Die beiden anderen Keplerschen Gesetze geben an, wie schnell diese Ellipsenbahn durchlaufen wird. (Dabei wird vorausgesetzt, dass die Sonne im Raum fixiert ist, was näherungsweise erfüllt ist, wenn der Planet eine sehr viel kleinere Masse besitzt als die Sonne).

$$g = \frac{GM}{r^2},\tag{16}$$

womit die Erdbeschleunigung durch Masse und Radius der Erde ausgedrückt ist.

Aufgabe: Entnehmen Sie die Werte von G, M und r einem Physikbuch (oder einer zuverlässigen Webseite) und führen Sie die Rechnung durch 12! Sie sollten als Ergebnis ungefähr den Wert (8) der Erdbeschleunigung erhalten.

Man kann den Spieß auch umdrehen und aus der Kenntnis von g und r (die beide relativ leicht zu messen sind) auf die Erdmasse M schließen.

Aufgabe: Führen Sie die Berechnung auch in dieser Richtung durch! Überlegen Sie zur Ergänzung, wie Sie g in einem Experiment messen können! Recherchieren Sie, wie der Erdradius bereits in der Antike (von wem?) recht genau bestimmt worden ist!

Nun können wir zur oben aufgeworfenen Frage zurückkommen, welche Kraft ein fallender Gegenstand seinerseits auf die Erde ausübt. Gemäß dem Gravitationsgesetz (16) ist ihr Betrag gleich der Kraft der Erde auf den Gegenstand, also gleich dem Gewicht des Körpers. Und wie reagiert die Erde darauf? Natürlich gemäß dem Grundgesetz (13), indem sie beschleunigt wird! Mit welcher Beschleunigung? Berechnen wir sie, indem wir im Grundgesetz m durch M ersetzen:

$$a = \frac{F}{M} = \frac{GMm}{r^2M} = \frac{Gm}{r^2} = \frac{m}{M} \frac{GM}{r^2} = \frac{m}{M} g.$$
 (17)

Diese Kraft ist um den Faktor m/M kleiner als die Erdbeschleunigung.

Aufgabe: Berechnen Sie, welche Beschleunigung ein fallender Körper von 1 kg Masse auf die Erde ausübt!

Die Beschleunigung (17) ist für Gegenstände des Alltags zu klein, um in der Praxis bemerkt zu werden. Wenn wir aber statt dessen etwa den Mond betrachten, so ist der entsprechende Effekt größer: In Wahrheit kreist nicht nur der Mond um die Erde, sondern auch die Erde spürt eine vom Mond herrührende Beschleunigung und "kreist" daher um den gemeinsamen Massenmittelpunkt des Erde-Mond-Systems (der innerhalb der Erde liegt). Das ist also ein Beispiel für Newtons Drittes Axiom: Kräfte treten immer paarweise (als Kraft und Gegenkraft) auf. 13

#### Reibung

 $<sup>^{12}</sup>$  Da die Erde aufgrund ihrer Eigenrotation ein bisschen abgeplattet ist, setzen Sie für r am besten

den "mittleren Erdradius" ein.

13 Dieses Prinzip gilt vor allem im Bereich der Mechanik und der Schwerkraft. Im Bereich der Schwerkraft führt es zu einer Modifikation der Keplerschen Gesetze: Ein Zentralgestirn steht nicht starr im Brennpunkt der Ellipsenbahn eines Begleiters, sondern umrundet den gemeinsamen Massenmittelpunkt auf einer (kleinen) Ellipsenbahn. Für Kräfte, die von elektromagnetischen Feldern verursacht werden, verliert das Dritte Newtonsche Axiom aus mehreren Gründen seine strenge Gültigkeit.

Zuletzt erwähnen wir die **Reibungskräfte**, zu denen auch der Luftwiderstand zählt, und die in unserem Alltagsleben eine wichtige Rolle spielen. Sie sind normalerweise proportional zur Geschwindigkeit (Reibung von Festkörpern aneinander, Sinken von Körpern in einer zähen Flüssigkeit) oder zum Quadrat der Geschwindigkeit (Luftwiderstand). Sollen sie bei einer Bewegung berücksichtigt werden, so müssen auch sie zur resultierenden Kraft im Grundgesetz gezählt werden.

Ein Körper, auf den *nur* Reibungskräfte wirken, wird immer langsamer. Um einen Körper, auf den eine Reibungskraft wirkt, in gleichförmiger Bewegung zu halten, muss eine zusätzliche Kraft aufgewandt werden, die die Reibungskraft gerade kompensiert.

Reibungskräfte sind der Grund dafür, dass Körper im Alltagsleben nicht immer unbegrenzt schneller werden, wenn wir eine konstante Kraft auf sie ausüben. Beispiel: Sie ziehen Ihren Reisetrolly über die Straße und üben dabei eine konstante Kraft auf ihn aus, die die (nach hinten wirkende) Reibung kompensiert. Gäbe es keine Reibung, so würde er immer schneller werden (so dass sie ihn schließlich auslassen könnten und er sich gemäß dem Trägheitssatz ohne weitere Krafteinwirkung neben Ihnen her bewegen würde).

## Bedeutung von "Gesetzen" und "Axiomen"

In diesem Abschnitt ist vom "Grundgesetz" der Mechanik, von den drei Newtonschen "Axiomen" und vom "Gravitationsgesetz" gesprochen worden. Es handelt sich dabei um *Grundannahmen*, die an den Beginn der Mechanik gestellt werden. Sie können *nicht* einfach aus Beobachtungsdaten abgelesen werden, sondern rechtfertigen sich durch ihren Erfolg, d.h. durch ihr Potential, physikalische Erscheinungen zu erklären und vorherzusagen. Natürlich hat Newton nicht *irgendwelche* Grundannahmen aufgestellt, sondern von Beginn an gewusst, welche Phänomene er vorhersagen und erklären wollte, und zudem hat er auf der Arbeit seiner Vorgänger (vor allem jener von Galilei) aufgebaut und sich von einer großartigen physikalischen Intuition leiten lassen.

Logisch betrachtet, bilden diese Grundannahmen das *theoretische Grundgerüst* der Mechanik.<sup>14</sup> In der modernen Physik (die durch den Feldbegriff, die Relativitätstheorie, die Quantentheorie sowie unsere Kenntnisse über die Elementarteilchen und ihre Wechselwirkungen geprägt ist) leben sie in modifizierter Form weiter.

## **Arbeit, Energie und Leistung**

Einen schweren Gegenstand in der Luft zu halten, erfordert Kraft (um seine Gewichtskraft auszugleichen) und kann anstrengend sein. Wir können diese Aufgabe aber etwa einer Tischplatte übertragen, was den gleichen Effekt hat, ohne anstrengend zu sein. Was hingegen nicht einfach von einem statischen Gerüst erledigt werden kann, ist das Heben eines Gegenstands. Es ist – im physikalischen Sinn – mit "Arbeit" verbunden.

#### **Arbeit**

-

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> Im Laufe des 18. und 19. Jahrhunderts wurden sie in verschiedener Weise umformuliert und weiterentwickelt, so dass genau genommen zwischen der "Newtonschen Mechanik" (wie Newton sie ursprünglich konzipierte) und dem Oberbegriff der "klassischen Mechanik" (der Mechanik bis zur Entwicklung der Quantentheorie ab dem frühen 20. Jahrhundert) unterschieden werden kann.

**Arbeit** (genauer: **mechanische** Arbeit) ist physikalisch so definiert: Wirkt auf einen Körper eine konstante Kraft, und bewegt er sich eine gewisse Strecke weit, so verrichtet er dabei eine Arbeit, die gleich dem Produkt

ist. Bewegt er sich genau in die gleiche Richtung, in die die Kraft wirkt, so ist die von ihm verrichtete Arbeit einfach das Produkt "Kraft mal Weg"

$$\Delta W = F \Delta s . \tag{19}$$

Das  $\Delta$  vor dem Symbol W drückt aus, dass es sich um eine "Arbeitsportion" handelt. <sup>15</sup> Ist die Kraft nicht konstant, so können wir uns den Weg, auf dem der Körper sich bewegt, in kleine Stücke zerlegt denken, so dass entlang jedes Wegstücks die Kraft zumindest näherungsweise konstant ist. Für jedes dieser kleinen Wegstücke ergibt dann Regel (18) die Arbeitsportion, die entlang dieses Wegstücks vom Körper geleistet wird. Zuletzt können wir alle diese Portionen addieren und erhalten die vom Körper insgesamt geleistete Arbeit.

Bewegt sich der Körper *gegen* die Kraftwirkung (z.B. weil er in Gegenrichtung der Kraft "abgeschossen" wird), so ist die in (19) angegebene Größe  $\Delta W$  die Arbeit, die "am Körper" verrichtet wird. <sup>16</sup>

Was bedeutet das alles? Machen wir ein Gedankenexperiment: Wir heben einen Körper der Masse m um eine Strecke h in die Höhe. Der Einfachheit halber stellen wir uns vor, ihn zu werfen, so dass er genau die gewünschte Höhe erreicht. Da die Kraft auf den Körper während seines Flugs gleich der Gewichtskraft (14) ist, müssen wir gemäß (19) die Arbeit m g h verrichten, um das zu bewirken. (Auch wenn wir den Körper langsam anheben, erhalten wir das gleiche Resultat, was mathematisch ein bisschen schwieriger zu beweisen ist). Diese Arbeit wird als **Hebearbeit** (oder **Hubarbeit**) bezeichnet. Nun senken wir den Körper um die gleiche Strecke h wieder ab (bzw. lassen ihn fallen und fangen ihn unten wieder auf), wodurch der Körper – wieder gemäß (14) und (19) – die Arbeit m g h leistet. Wir bekommen sie also zurück! Dabei ist es, wie gesagt, ganz unerheblich, ob wir ihn werfen und fallen lassen oder ob wir ihn langsam bewegen – die Portion Arbeit, die wir zuerst verrichten (also "in ihn hineinstecken") und dann zurückbekommen, hängt nur von der Masse m, der Höhe h und der Erdbeschleunigung g ab.

#### Energie

Bei der Arbeit handelt sich um eine Art "Aufwand", der in ein System hineingesteckt werden muss oder aus ihm herausbekommen werden kann. (Man verwendet dazu am besten den Ausdruck "verrichten"). Da kündigt sich an, dass es ein Etwas gibt, das genauso wie Geld ausgegeben oder eingenommen werden kann, dessen "Gesamtbetrag" sich aber dadurch nicht ändert. Dieses Etwas ist die Energie. Wir können Energie als die "Fähigkeit, Arbeit zu verrichten" definieren.

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> Val. Fußnote 1.

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> Wird die Regel (18) mathematisch genau angewandt, so ist die "Kraftkomponente in Wegrichtung" in diesem Fall negativ. Wir können dann formulieren: Ein positives  $\Delta W$  stellt eine "vom Körper" verrichtete Arbeit dar, ein negatives  $\Delta W$  stellt eine "am Körper" verrichtete Arbeit dar.

## **Potentielle Energie**

Wenn wir also einen Körper in die Höhe heben, d.h. Hebearbeit verrichten (in ihn "hineinstecken"), so nimmt seine Energie um den gleichen Betrag zu. Wir können sie uns wieder holen, wenn wir den Körper (wie im obigen Gedankenexperiment) wieder um die gleiche Strecke senken. Diese Energieform nennen wir **potentielle Energie**. Sie ist gleich der oben bestimmten Hebearbeit, also

$$E_{\text{pot}} = mgh, \tag{20}$$

wobei h die Höhe in Bezug auf einen (beliebig festzusetzenden) Nullpunkt ist. Indem wir einen Körper heben, "speichern" wir potentielle Energie in ihm – wird er abgesenkt, gewinnen wir sie wieder zurück. Nach diesem Prinzip funktioniert ein Speicherkraftwerk: Das Wasser im Stausee (das natürlich nicht von Menschen, sondern durch die *Strahlungsenergie* der Sonne in Form von Verdunsten und Abregnen "angehoben" wurde), fällt auf Turbinen, treibt diese an und leistet dadurch mechanische Arbeit (wodurch ihm zum Ausgleich potentielle Energie verloren geht). Die an den Turbinen verrichtete mechanische Arbeit konsumieren wir nicht als solche, sondern wandeln sie mit Hilfe von Generatoren in elektromagnetische Energie um, die zum Verbraucher transportiert werden kann, wo sie beispielsweise – nachdem der Staubsauger an die Steckdose angeschlossen ist – in mechanische Arbeit umgewandelt oder – nachdem wir den Heizstrahler aufdrehen – in Wärmenergie umgewandelt werden kann. Diese Kette von Ereignissen illustriert sehr schön, dass die Energie verschiedene Formen annehmen kann, dass sie aber – quantitativ als "Energiemenge" betrachtet – weder verloren geht noch aus dem Nichts gewonnen werden kann.

Die potentielle Energie kann auch als "Bindungsenergie" verstanden werden: Ein von einem Tisch heruntergefallener Körper ist stärker an die Erde "gebunden" als ein auf dem Tisch liegender Körper der gleichen Masse. Ihn wieder anzuheben bedeutet, ihn ein Stück weit von der Erde zu lösen, und um das zu tun, muss gerade so viel Arbeit verrichtet werden wie der Portion zusätzlicher Bindungsenergie entspricht. Die *gesamte* Bindungsenergie eines Körpers ist gleich der Arbeit, die notwendig ist, um ihn ihrem Gravitationseinfluss ganz zu entreißen und "ins Unendliche" zu katapultieren. Diese Energie muss aufgebracht werden, um eine Rakete so abzuschießen, dass sie zwar immer langsamer wird, aber nie zurückkehrt. 17

#### Kinetische Energie

Eine weitere Möglichkeit, die Fähigkeit zur Verrichtung von Arbeit zu speichern, besteht darin, einen Körper in Bewegung zu versetzen. Die entsprechende Energieform heißt

 $<sup>^{17}</sup>$  Eine Formel dafür ist GMm/r, wobei M die Masse der Erde und r die anfängliche Entfernung der Rakete vom Erdmittelpunkt ist. In diesem Szenario wurde übrigens die Wirkung der Sonne vernachlässigt, die die Rakete ja auch an sich bindet.

**kinetische Energie** (oder **Bewegungsenergie**). Wird der Körper abgebremst, so kann er eine Maschine antreiben, wodurch die Energie wieder in Arbeit umgesetzt wird.

Üben wir unser physikalisches Verständnis ein bisschen und *berechnen* wir die kinetische Energie eines Körpers der Masse m, der sich mit Geschwindigkeit v bewegt. Wie groß ist die Arbeit, die an ihm verrichtet werden muss, um ihn aus der Ruhe auf eine Geschwindigkeit v zu bringen? Wir wollen ihn gleichmäßig beschleunigen, da wir für diese Bewegungsform die benötigten Formeln bereits zur Verfügung haben. Wenden wir also eine konstante Kraft F auf ihn an. Gemäß dem Grundgesetz (13) erfährt er eine konstante Beschleunigung a = F/m, wobei m seine Masse ist. Schreiben wir die Gleichungen, die diese Bewegungsform beschreiben, noch einmal an:

$$s = \frac{a}{2}t^2 \tag{21}$$

$$v = at \tag{22}$$

Das sind gerade die Formeln (9) und (10), wobei g durch a ersetzt wurde. Die zu verrichtende Arbeit ist daher

$$W = F s = m \underbrace{a}_{v/t} \underbrace{s}_{at^{2}/2} = m \frac{v}{t} \frac{at^{2}}{2} = \frac{mvt}{2} \underbrace{a}_{v/t} = \frac{mvt}{2} \frac{v}{t} = \frac{mv^{2}}{2}.$$
 (23)

Schrecken Sie sich nicht vor dieser Rechnung! Ihr Sinn besteht lediglich darin, das Produkt Fs = mas mit Hilfe von (21) und (22) so umzuformen, dass es nur mehr von m und v abhängt, aber nicht mehr von der ausgeübten Kraft F und daher auch nicht davon, wie lang es dauert, bis der Körper die Geschwindigkeit v besitzt. Hier haben wir also unsere Antwort: Die kinetische Energie, die unser Körper nun besitzt, ist durch

$$\underline{E_{\text{kin}}} = \frac{m \, v^2}{2} \tag{23}$$

gegeben – eine Formel, die wir uns merken sollten! (Wir hätten den Körper auch in einer beliebigen anderen Weise auf die Geschwindigkeit v bringen können – das Resultat wäre immer das gleiche gewesen. Um das ganz allgemein zu zeigen, ist allerdings ein bisschen Integralrechnung vonnöten.)

#### Potentielle und kinetische Energie beim freien Fall

Jetzt können wir einen wunderbaren Check der Aussage, dass die Gesamtenergie konstant ist, machen: Lassen wir einen Körper der Masse m aus der Ruhe von einer Höhe H herunterfallen. Der Luftwiderstand wird dabei wieder vernachlässigt. Zu Beginn besitzt der Körper (bezüglich des beliebig gewählten Nullniveaus) die potentielle Energie mgH, und seine kinetische Energie ist gleich 0, da seine Geschwindigkeit ja zunächst 0 ist. Nach einer gewissen Zeit t ist er ein Stück weit gefallen. Er befindet sich jetzt auf einer kleineren Höhe h, hat also insgesamt die Strecke s=H-h durchfallen. Seine potentielle Energie ist jetzt nur mehr mgh. Aus dem Fallgesetz (9) folgt

$$H - h = \frac{g}{2} t^2$$
, daher  $t = \sqrt{\frac{2(H - h)}{g}}$ , (24)

woraus sich mit (10) die Geschwindigkeit zur Zeit t zu

$$v = g t = g \sqrt{\frac{2(H - h)}{g}} = \sqrt{2g(H - h)}$$
 (25)

ergibt. Die kinetische Energie ist mit (23) daher jetzt

$$E_{\rm kin} = \frac{m v^2}{2} = \frac{m}{2} 2g (H - h) = m g (H - h), \qquad (26)$$

woraus sich die Gesamtenergie zu

$$E_{ges} = E_{kin} + E_{pot} = mg(H - h) + mgh = mgH$$
 (27)

ergibt. Sie hängt nicht von der Zeit ab, ist also eine **Erhaltungsgröße!** Sehen Sie sich das Ergebnis genauer an: mgH ist nichts anderes als die potentielle Energie, die der Körper zu Beginn der Bewegung hatte. Während des Falls wird die potentielle Energie immer kleiner, aber zum Ausgleich wächst die Geschwindigkeit und damit die kinetische Energie, und zwar genau so, dass die Summe dieser beiden Energieformen (die Gesamtenergie) konstant bleibt!

## **Energieerhaltung**

Dieses schöne Ergebnis ist ein Spezialfall eines viel umfassenderen Prinzips: Der **Satz von der Erhaltung der Energie** besagt, dass die in einem abgeschlossenen System (also einem System, das mit seiner Umgebung nicht wechselwirkt) enthaltene Gesamtenergie konstant ist, d.h. sich mit der Zeit nicht ändert. Dieser Satz kann (ähnlich, wie wir es für den freien Fall demonstriert haben) für viele andere mechanische Systeme bewiesen werden, umfasst aber auch nicht-mechanische Energien wie die Bindungsenergie von Atomen und Molekülen in Festkörpern und Flüssigkeiten, die Bindungsenergie von Atomen in Molekülen (die "chemische Energie"), die Bindungsenergie von Bausteinen der Atomkerne (die "Atomenergie" oder "Kernenergie") und die so genannte "Ruheenergie", die ein Körper nach der Relativitätstheorie lediglich aufgrund seiner Masse besitzt. Auch die Wärmeenergie zählt dazu – sie lässt sich (unter einem mikroskopischen Blick) auf die kinetische Energie der Atome und Moleküle zurückführen. Und schließlich können auch Felder (wie das elektromagnetische Feld) Energie besitzen.

Der Satz von der Erhaltung der Energie wird in der modernen Physik mit dem Zeitfluss in Verbindung gebracht. (Ein bisschen vereinfacht gesagt, folgt er daraus, dass es "keinen ausgezeichneten Zeitpunkt" gibt). Rein theoretisch wären Kräfte denkbar, die zu Bewegungsabläufen führen, in denen die Gesamtenergie nicht erhalten ist. Eine solche Kraft

wurde aber in der Natur nie beobachtet, so dass der Satz von der Erhaltung der Energie mittlerweile als fundamentales Prinzip angesehen werden kann. 18

## **Perpetuum Mobile**

Aus dem Satz von der Erhaltung der Energie folgt, dass es keine Maschine geben kann, die ohne Energiezufuhr Arbeit leistet. Eine solche Maschine würde man als **Perpetuum Mobile** bezeichnen. Achtung: Eine endlos ablaufende Bewegung (wie die ständige Umrundung der Erde durch einen Satelliten) ist noch kein Perpetuum Mobile, denn sie leistet keine Arbeit. (Würde man einen Satelliten dazu nutzen, um Arbeit zu verrichten, so müsste man ihm Energie entziehen, wodurch er abstürzen würde).

#### Leistung

Um einem System Energie zuzuführen oder ihm Energie zu entziehen, kann man sich beeilen oder Zeit lassen – wie beim Kassieren und Zahlen: Ob 1000 Euro sofort bezahlt oder in Raten abgestottert werden, ändert an der gesamten Geldmenge nichts. Manchmal wollen wir aber wissen, wie schnell eine bestimmte Energiemenge verfügbar ist oder wie lange es dauert, um eine bestimmte Arbeit zu verrichten. Also ist wieder eine *Rate* gefragt. Die Leistung ist die Arbeit, die pro Zeitintervall verrichtet wird:

$$P = \frac{\text{verrichtete Arbeit}}{\text{dafür benötigte Zeit}} = \frac{\Delta W}{\Delta t}.$$
 (28)

Analog wird auch die pro Zeiteinheit (etwa von einem Kraftwerk) bereitgestellte Energiemenge als Leistung bezeichnet.

Beachten Sie: Die SI-Einheit der Arbeit und der Energie ist das Joule (J). Die SI-Einheit der Leistung ist daher J/s, was auch als Watt (W) bezeichnet wird. 1 Joule ist daher eine Wattsekunde (Ws). Daraus ergibt sich, dass

- die Leistung eines Kraftwerks üblicherweise in Vielfachen von Watt angegeben wird, etwa in Megawatt (MW).
- eine bestimmte Energiemenge, die Sie der Kraftwerksgesellschaft (über Ihre Stromrechnung) bezahlen müssen, aber in Vielfachen von Wattsekunden, etwa in Kilowattstunden (kWh).

Aufgabe 1: Finden Sie heraus, wie viel der Haushalt, in dem Sie leben, für eine Kilowattstunde an (über das Stromnetz bezogene) Energie bezahlen muss!

Aufgabe 2 (basierend auf der vorigen Aufgabe): Wie viel kostet es dem Haushalt, in dem Sie leben, einen Heizstrahler, auf dem eine Leistung von 2000 W vermerkt ist, eine Stunde lang in Betrieb zu nehmen?

\_

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> Im ersten Drittel des 20. Jahrhunderts sah es so aus, als wäre der Energiesatz Energiesatzes in einer Elementarteilchenreaktion (dem so genannten Beta-Zerfall) verletzt. Der österreichische Physiker Wolfgang Pauli hielt aber an der Gültigkeit der Energieerhaltung fest und postulierte im Jahr 1930 ein bis dahin unentdecktes Elementarteilchen, das die fehlende Energie mit sich fortträgt und damit den (falschen) Eindruck einer Nicht-Erhaltung bewirkt. 26 Jahre später wurde es tatsächlich beobachtet: das *Neutrino* – so gesehen ein österreichisches Elementarteilchen!